

عدد المسائل: ثلاث	مسابقة في مادة الرياضيات	الاسم:
المدة: ساعة وربع	الرقم:	

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

I- (6 points)

The table below represents the amount of money spent by a company on advertisement x_i (in thousands of dollars) and the corresponding turnover y_i (in millions of dollars) during 5 months.

Month	March	April	May	June	July
The amount of money spent on advertisement x_i (in thousands of dollars)	10	15	20	25	30
The turnover y_i (in millions of dollars)	2.5	3.5	5.5	6.5	8.5

- 1) Calculate the coordinates $\bar{x}$ and $\bar{y}$ of G , the center of gravity of the statistical data (x_i, y_i) .
- 2) Determine the coefficient of correlation r and interpret the obtained result.
- 3) Write an equation of the regression line $(D_{y/x})$ of y in terms of x .
- 4) Knowing that the company spent \$23 000 on advertisement, estimate the corresponding turnover.
- 5) The model remains valid for a maximum of \$60 000 spent on advertisement.
 - a) Calculate the amount of money to be spent by the company on advertisement so that the turnover is equal to \$14 300 000.
 - b) Suppose that the amount of money spent by the company on advertisement increases by 10% from July to August. Calculate the corresponding percentage increase in turnover.

II - (4 points)

In the following table, only one of the proposed answers to each question is correct.

Write the number of each question and give, **with justification**, the answer that corresponds to it

N°	Questions	Proposed answers		
		a	b	c
1	$\lim_{x \rightarrow +\infty} [\ln(e^{-x} + 1) - \ln(e^x + 2)] =$	$-\ln 2$	$\ln 2$	$-\infty$
2	The set of solutions of the inequality $\ln(x + 1) < \ln(-x + 3)$ is	$] -1, +\infty[$	$] -1, 1[$	$] -\infty, 1[$
3	The solutions of the equation $(e^{-x} - 1)(e^{x+1} - 2) = 0$ are	0 and $\ln 2$	0 and $-1 + \ln 2$	1 and $-1 + \ln 2$
4	The domain of definition of the function f given by $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{e^x - e}$ is	$] -1, +\infty[$	$] -1, 1[\cup] 1, +\infty[$	$] -\infty, 1[\cup] 1, +\infty[$

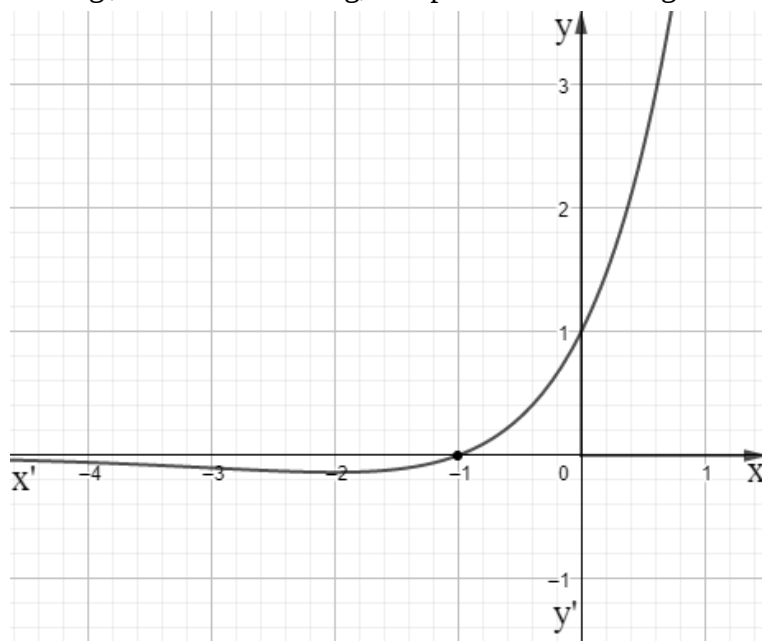
III - (10 points)

The plane is referred to an orthonormal system $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

Part A

Consider the function g defined over $] -\infty , +\infty[$ as $g(x) = 1 + xe^x$.

The curve of the function g' , the derivative of g , is represented in the figure below:



1) Copy, then complete the following table of variations of g :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$g'(x)$			
$g(x)$	1		$+\infty$

2) Deduce that $g(x) > 0$ for all values of x .

Part B

Consider the function f defined over $] -\infty , +\infty[$ as $f(x) = x + 2 + (x - 1)e^x$ and denote by (C) its representative curve. Let (d) be the line with equation $y = x + 2$.

1) Determine $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ and calculate $f(1.5)$.

2) a) Determine $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

b) Show that (d) is an asymptote to (C) .

c) Study the relative positions of (C) and (d) .

3) Show that $f'(x) = g(x)$, then set up the table of variations of f .

4) Draw (d) and (C) .

5) Let (G) be the representative curve of the function g .

Show that (C) and (G) have a common tangent at the same point to be determined.

عدد المسائل: ثلاث	مسابقة في مادة الرياضيات	الاسم:
	المدة: ساعة وربع	الرقم:

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

I- (6 points)

Le tableau ci-dessous représente le montant d'argent dépensé par une entreprise en publicité x_i (en milliers de dollars) et le chiffre d'affaires correspondant y_i (en millions de dollars) pendant 5 mois.

Mois	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet
Le montant d'argent dépensé en publicité x_i (en milliers de dollars)	10	15	20	25	30
Le chiffre d'affaires y_i (en millions de dollars)	2,5	3,5	5,5	6,5	8,5

- 1) Calculer les coordonnées $\bar{x}$ et $\bar{y}$ de G , le point moyen de la série statistique $(x_i ; y_i)$.
- 2) Déterminer le coefficient de corrélation r et interpréter le résultat obtenu.
- 3) Ecrire une équation de la droite de régression $(D_{y/x})$ de y en fonction x .
- 4) Sachant que l'entreprise dépense 23 000 \$ en publicité, estimer le chiffre d'affaires correspondant.
- 5) Le modèle précédent reste valable pour un montant maximal de 60 000 \$ dépensé en publicité.
 - a) Calculer le montant d'argent à dépenser par l'entreprise en publicité, pour que le chiffre d'affaires soit égal à 14 300 000 \$.
 - b) On suppose que le montant d'argent dépensé par l'entreprise en publicité augmente de 10 % de Juillet à Août. Calculer le pourcentage d'augmentation du chiffre d'affaires correspondant.

II - (4 points)

Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte.

Ecrire le numéro de chaque question et donner, **avec justification**, la réponse qui lui correspond.

N°	Questions	Réponses proposées		
		a	b	c
1	$\lim_{x \rightarrow +\infty} [\ln(e^{-x} + 1) - \ln(e^x + 2)] =$	$-\ln 2$	$\ln 2$	$-\infty$
2	L'ensemble de solutions de l'inéquation $\ln(x + 1) < \ln(-x + 3)$ est	$] -1 ; +\infty[$	$] -1 ; 1[$	$] -\infty ; 1[$
3	Les solutions de l'équation $(e^{-x} - 1)(e^{x+1} - 2) = 0$ sont	0 et $\ln 2$	0 et $-1 + \ln 2$	1 et $-1 + \ln 2$
4	Le domaine de définition de la fonction f donnée par $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{e^x - e}$ est	$] -1 ; +\infty[$	$] -1 ; 1[\cup] 1 ; +\infty[$	$] -\infty ; 1[\cup] 1 ; +\infty[$

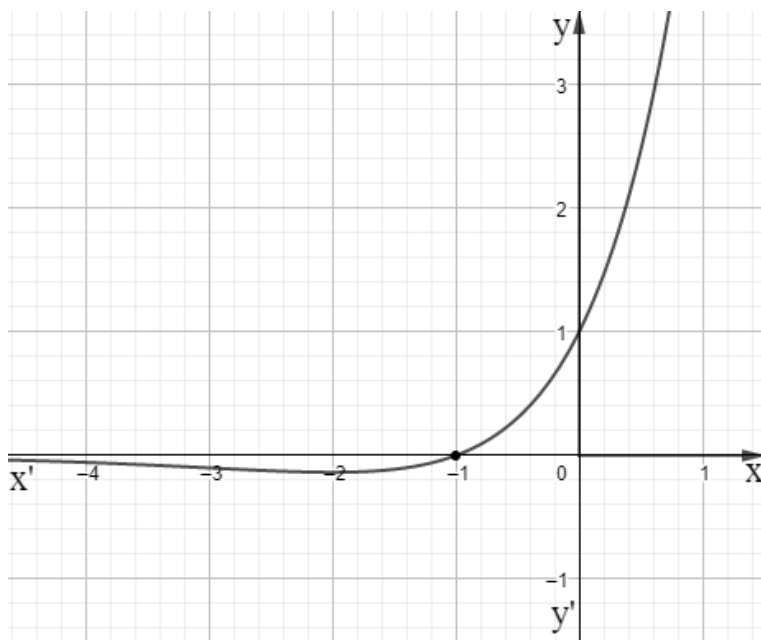
III - (10 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

Partie A

Soit g la fonction définie sur $] -\infty ; +\infty[$ par $g(x) = 1 + xe^x$.

La courbe de la fonction g' , la dérivée de g , est représentée dans la figure ci-dessous :



- 1) Copier puis compléter le tableau de variations de g suivant :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$g'(x)$			
$g(x)$	1		$+\infty$

- 2) Dédurre que $g(x) > 0$ pour toutes les valeurs de x .

Partie B

Soit f la fonction définie sur $] -\infty ; +\infty[$ par $f(x) = x + 2 + (x - 1)e^x$ et on désigne par (C) sa courbe représentative. Soit (d) la droite d'équation $y = x + 2$.

- 1) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et calculer $f(1,5)$.
- 2) a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
b) Montrer que (d) est une asymptote à (C) .
c) Etudier les positions relatives de (C) et (d) .
- 3) Montrer que $f'(x) = g(x)$ puis dresser le tableau de variations de f .
- 4) Tracer (d) et (C) .
- 5) Soit (G) la courbe représentative de la fonction g .

Montrer que (C) et (G) ont une tangente commune en un même point à déterminer.